
Introduction d'un temps de réaction dans un modèle simplifié de trafic : Émergence de la métastabilité

Cécile Appert ⁽¹⁾ et Ludger Santen ⁽²⁾

(1) CNRS-Labo. de Physique Statistique, Ecole Normale Supérieure,
24, rue Lhomond, F-75231 Paris Cedex 05, France
appert@lps.ens.fr

(2) Fachrichtung Theoretische Physik, Univ. d. Saarlandes
Postfach 151150 - Gebaeude 38, 66041 Saarbruecken, Germany
santen@lusi.uni-sb.de

Résumé

Nous présentons un modèle de transport très simple dans lequel les véhicules ont un certain délai de réaction après l'arrêt. Cette caractéristique rend le système métastable et permet l'émergence de structures complexes d'embouteillages. Nous évoquons des résultats expérimentaux permettant de faire le lien avec des situations de trafic routier réel. L'étude présentée ici nous permet de mettre en évidence le caractère fondamental de la métastabilité et de la stochasticité des modèles appliqués au trafic.

Mots clés: modèle, automate cellulaire, temps de réaction, métastabilité, stochasticité

1 Introduction

Depuis une dizaine d'années, de nouvelles approches basées sur les automates cellulaires se sont développées pour l'étude du trafic routier. Ce mouvement a été principalement initié lorsque Nagel et Schreckenberg [1] ont proposé un modèle à temps, espace et vitesses discrets, chaque cellule spatiale pouvant être occupée ou non par un

véhicule. Les voitures avancent en interagissant entre elles selon des règles simples qui permettent une grande vitesse de simulation. Depuis, plusieurs variantes de ce modèle ont été proposées, en vue d'une modélisation de plus en plus réaliste du trafic [2–9]. Le travail que nous présentons ici se situe dans une perspective un peu différente. Nous nous sommes délibérément intéressés à une version très simplifiée d'automate cellulaire, appelée TASEP (Totally Symmetric Exclusion Process), qui se trouve être considérée dans le domaine de la physique statistique comme un archétype des modèles de transport hors équilibre, et à ce titre a largement été étudiée analytiquement et numériquement [10–13]. On connaît par exemple la solution exacte en régime stationnaire, i.e. on peut donner la probabilité d'avoir n'importe quelle configuration microscopique dans le système, ce qui est très rare pour un système hors équilibre.

Partant de ce modèle très bien connu, nous avons voulu étudier l'effet de l'introduction dans le modèle d'un temps de réaction des conducteurs. Cette modification qui peut paraître a priori anodine transforme en fait profondément la nature des phases observées. Nous allons en particulier mettre en évidence que ce temps de réaction est intimement lié à l'émergence de la métastabilité dans le système. Nous étudierons d'abord le système en conditions aux limites périodiques, pour caractériser la dynamique intrinsèque du système. Ensuite, nous considérerons des conditions aux limites ouvertes. Les taux d'injection et de retrait de véhicules aux deux extrémités du système induisent alors diverses phases dans le système. Nous étudierons l'ensemble du diagramme de phase.

2 Le modèle TASEP

On considère des particules se déplaçant sur une chaîne unidimensionnelle de longueur L (nous gardons dans ce paragraphe la dénomination habituelle en physique statistique qui parle plutôt de particules que de véhicules!). A chaque pas de temps, chaque particule saute à la cellule voisine sur sa droite avec une probabilité p si celle-ci est vide. Ce modèle peut être vu comme une variante du modèle de Nagel et Schreckenberg [1], avec une vitesse maximale $v_{max} = 1$.

C'est la seule valeur de v_{max} pour laquelle on ait une solution exacte [11]. Avec des conditions aux limites périodiques, on obtient le diagramme fondamental de la figure 1. La dynamique parallèle inclut déjà naturellement dans le modèle un temps de réaction des conducteurs.

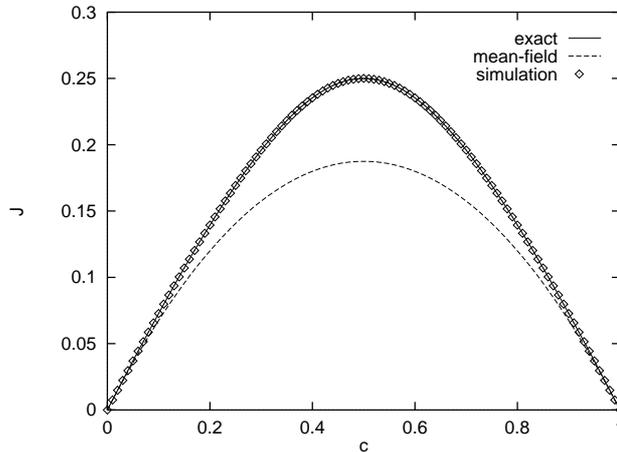


Figure 1: Diagramme fondamental pour le modèle TASEP en dynamique parallèle, avec une probabilité d'avancée $p = 0.75$. La prédiction champ moyen est également indiquée.

Pour les conditions aux limites ouvertes, les particules sont injectées dans la 1ère cellule avec une probabilité α . Une particule se trouvant sur la dernière cellule sort du système avec probabilité β . Cela peut être vu comme une représentation d'un tronçon d'autoroute, à l'extrémité duquel se trouve une cause de perturbation (rampe d'accès, resserrement, intersection...). Alors, selon les valeurs de α et β , trois régimes d'écoulement peuvent être observés (fig. 2). Pour un faible taux d'injection et un fort taux de sortie, l'écoulement est libre. Si au contraire on injecte beaucoup de particules en ayant un faible taux de sortie, tout le système est envahi par un embouteillage. Ces deux phases sont séparées par une transition du premier ordre sur la ligne $\alpha = \beta$. La valeur de la densité moyenne - et donc du flux - est imposée dans le premier cas par la valeur de α et dans le second cas par celle de β . Dans la 3ème phase, le facteur

limitant n'est plus l'entrée ou la sortie mais la chaîne elle-même. Le flux a alors sa valeur maximale. Cette dernière phase est dite de courant maximum (MC).

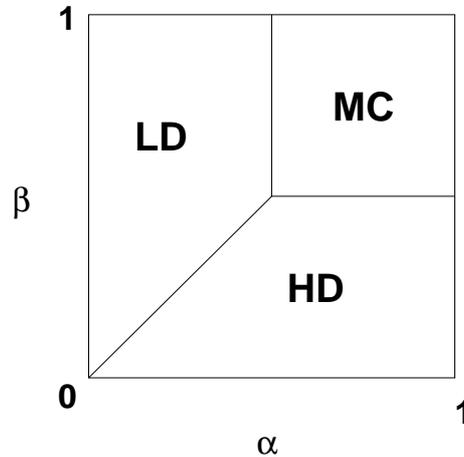


Figure 2: Diagramme de phase schématisé pour le modèle TASEP, comportant une phase d'écoulement libre (LD), une phase embouteillée (HD) et une phase de courant maximum (MC).

3 Introduction d'un temps de réaction

On définit pour chaque véhicule une variable supplémentaire, la vitesse, qui prend la valeur 0 ou 1. Cette vitesse est définie comme la distance parcourue par la voiture au pas de temps précédent. En particulier, une voiture qui a dû s'arrêter derrière un autre véhicule au pas de temps précédent a donc vu sa vitesse redescendre à zéro. Au pas de temps suivant, chaque particule avance à la cellule voisine sur sa droite si celle-ci est vide, avec une probabilité $q(v)$ qui dépend maintenant de sa vitesse :

$$q(0) = q_0 \quad (1)$$

$$q(1) = 1 \quad (2)$$

Cette règle est appliquée à tous les véhicules en parallèle (voir Fig. 3). Pour $q_0 = 1$, on retrouve le modèle TASEP. On peut voir ce

modèle comme un cas particulier du modèle VDR introduit récemment par Barlovic et al. [3].

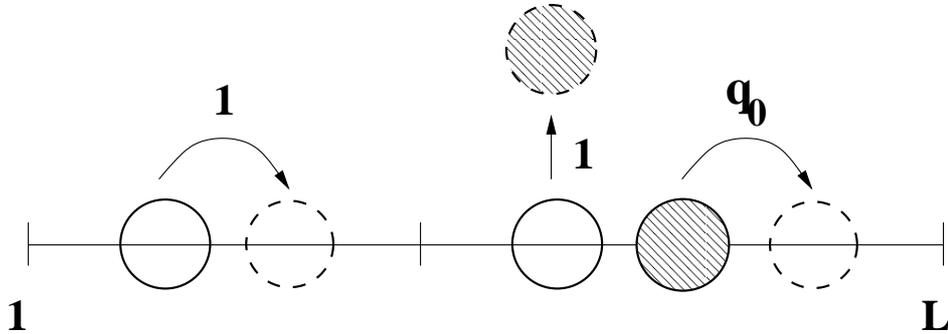


Figure 3: Règles d'évolution pour le modèle avec temps de réaction. Les disques rayés correspondent à une vitesse nulle, et les disques blancs à une vitesse unité. Les particules sont représentées au début d'un pas de temps (pourtour du disque en trait continu) et au début du pas de temps suivant (pourtour en pointillés).

4 Système avec conditions aux limites périodiques

La figure 4 donne le diagramme fondamental obtenu tant numériquement qu'analytiquement pour des conditions aux limites périodiques. La structure de ce diagramme nous sera utile pour comprendre le comportement en conditions aux limites ouvertes.

La forme de ce diagramme fondamental peut être aisément comprise. Pour les densités $0 \leq \rho \leq 0.5$ et une condition initiale adéquate (toutes les vitesses à 1 et au moins une cellule vide devant chaque véhicule), les voitures avancent de façon déterministe avec une vitesse 1. Le flux est alors simplement donné par $J = \rho$. Dans ce cas, un embouteillage ne peut pas se former spontanément.

Pour les densités supérieures à 0.5, le nombre de voitures dépasse celui des cellules vides, i.e. on ne peut pas éviter que certains véhicules soient stoppés et que des bouchons se forment. D'après les

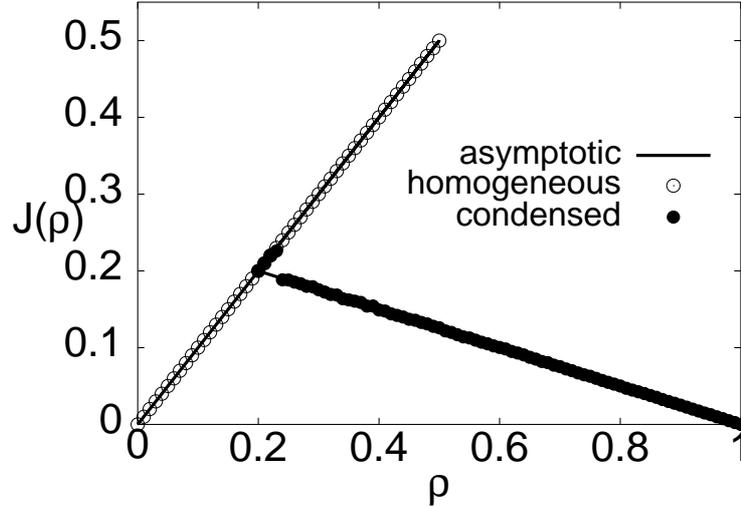


Figure 4: Flux en fonction de la densité pour des conditions aux limites périodiques avec $q_0 = 0.25$ et $L = 1000$. Les cercles vides donnent les résultats de simulations initialisées avec toutes les vitesses des véhicules à 1 et au moins une cellule vide entre les voitures. Les cercles pleins ont été obtenus en commençant la simulation avec un agrégat compact de véhicules. Ces résultats sont comparés à notre prédiction pour $L \rightarrow \infty$ (ligne continue).

simulations, on a coexistence d'un unique embouteillage compact et d'une zone d'écoulement libre. La densité dans la zone d'écoulement libre est déterminée par la fréquence avec laquelle les véhicules quittent le bouchon. La voiture en tête du bouchon met un temps typique $T = q_0^{-1}$ pour se détacher. La densité correspondante vaut alors $\rho_{libre} = 1/(T + 1) = q_0/(1 + q_0)$. Les longueurs respectives de l'embouteillage et de la zone d'écoulement libre sont déterminées par la conservation du nombre de particules

$$\rho L = \rho_{libre} L_{libre} + L - L_{libre}. \quad (3)$$

On en déduit le nombre de particules en mouvement et le flux. Ce second régime peut aussi être observé pour des densités comprises entre $\rho_{libre} \leq \rho \leq 0.5$ si la condition initiale comporte déjà un embouteillage. En résumé, le flux s'exprime en fonction de la densité

par

$$\begin{aligned} J(\rho) &= \rho & \text{si } 0 \leq \rho \leq 0.5 \\ J(\rho) &= q_0(1 - \rho) & \text{si } q_0/(1 + q_0) \leq \rho \leq 1 \end{aligned}$$

Dans la région intermédiaire $\rho_{libre} \leq \rho \leq 0.5$, les deux solutions coexistent. Pour des systèmes finis, il est possible que l'embouteillage présent initialement se dissolve. En ce sens, on peut dire que l'embouteillage est métastable. Cependant, dans la limite thermodynamique, n'importe quelle configuration aléatoire conduit à un état embouteillé.

5 Système avec conditions aux limites ouvertes

Les conditions aux limites ouvertes sont mises en oeuvre de la façon suivante : si la première cellule à gauche est vide, un véhicule de vitesse 1 est injecté avec la probabilité α . A l'autre extrémité, les voitures quittent la chaîne avec une probabilité β quelle que soit leur vitesse.

A L et q_0 constants, les valeurs de α et β déterminent le comportement du système. Tout d'abord, on peut remarquer que pour $\beta = 1$, la seule composante stochastique provient de l'injection. On retrouve donc le modèle TASEP déterministe ($q = 1$) pour lequel le flux est connu exactement : $J(\alpha) = \alpha/(1 + \alpha)$ [11], et cela pour toute valeur de α . En fait, ce résultat peut être étendu à toute la phase basse densité (écoulement libre), car dans cette phase le flux est contrôlé par l'injection. On s'attend à trouver cette phase pour un petit α et grand β .

Cela est confirmé par la comparaison avec les simulations directes. Sur la figure 5, les résultats sont donnés pour le cas déterministe $\beta = 1$ (l'accord est obtenu pour toute valeur de α), mais aussi pour une valeur intermédiaire $\beta = 0.5$. On observe bien que pour les valeurs suffisamment faibles de α , le flux est donné par $J(\alpha)$.

Il est important de noter que pour notre modèle, aucun embouteillage ne peut se former spontanément dans les zones d'écoulement libre, comme cela a déjà été mentionné pour les conditions aux limites

périodiques. Par contre, des embouteillages peuvent se former à la sortie si $\beta < 1$. Plus précisément, dans la phase d'écoulement libre et si $\beta < 1$, des embouteillages sont effectivement formés à l'extrémité droite du système. Mais ils se détachent rapidement de celle-ci et se dissolvent en quelques pas de temps. La densité moyenne sur le dernier site L vaut $\rho_L = J(\alpha)/\beta$, alors que la densité en volume est égale à $\rho_b(\alpha) = J(\alpha)$ (tant qu'une particule n'a pas rencontré d'embouteillage, sa vitesse vaut 1).

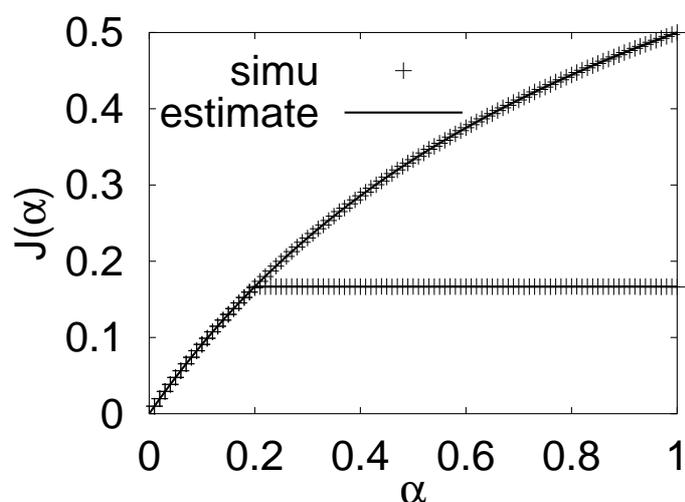


Figure 5: Comparaison entre l'estimation du flux $J(\alpha)$ et les résultats numériques. La simulation a été réalisée avec un système de longueur $L = 500$ et pour $q_0 = 0.25$. On a choisi comme probabilités de sortie $\beta = 1$ et $\beta = 0.5$.

Pour de grandes valeurs de α et $\beta \ll 1$, on s'attend plutôt à être dans une phase haute densité. Si on a un embouteillage compact à la sortie du système, et si une particule vient de sortir, le temps nécessaire pour que la suivante sorte à son tour est la somme (i) du temps moyen nécessaire pour que la deuxième particule saute du site $L - 1$ au site L , à savoir $T_J = 1/q_0$, et (ii) du temps d'attente $T_L = 1/\beta$ pour que cette particule quitte le dernier site L . Alors le

flux (contrôlé par la sortie) vaut

$$J(\beta) = \frac{1}{T_L + T_J} = \frac{q_0\beta}{q_0 + \beta}. \quad (4)$$

Ce scénario simple ne peut être observé que si l'on a un embouteillage compact en permanence à la sortie du système, i.e. pour $\alpha \approx 1$ et $\beta \ll 1$. Sinon, pour des valeurs plus grandes de β , il n'est pas impossible que l'embouteillage se décolle de la frontière droite, suite à l'introduction du temps de réaction au redémarrage. Le flux de sortie est alors déterminé par la fréquence à laquelle les voitures s'échappent de l'embouteillage, comme nous allons le calculer maintenant.

La distance temporelle t entre deux véhicules successifs s'étant échappés de l'embouteillage est donnée par la distribution $P_h(t) = q_0(1 - q_0)^{t-1}$ où $t \geq 1$. Calculons maintenant le temps typique entre l'arrivée au site L d'une particule (au temps 0) et l'arrivée en ce même site de la particule qui la suit (au temps T). Deux scénarios sont possibles (cf fig. 6):

- la deuxième particule arrive au site $L - 1$ *avant* que la première particule ait quitté le système
- la première voiture est déjà sortie du système quand la deuxième arrive, c'est à dire que celle-ci atteint le dernier site sans être bloquée par le véhicule qui la précède.

On peut remarquer qu'il serait également possible que plus de deux particules s'arrêtent à la sortie, si les premières mettaient trop de temps à sortir. Cela correspond à la nucléation d'un nouvel embouteillage, et on est ramené au cas précédent (flux d'un embouteillage compact à la sortie). Ici, nous ne nous intéressons donc qu'au cas où il n'y a pas d'embouteillage localisé à la sortie.

La probabilité pour que le deuxième véhicule soit bloqué s'il arrive en $L - 1$ au temps t est égale à la probabilité pour que le premier véhicule n'ait pas encore quitté le système au bout de ce même temps t , à savoir $P_b(t) = (1 - \beta)^t$. De même, la probabilité pour que le second véhicule ne soit pas bloqué vaut $P_f(t) = \sum_{\tau=1}^t \beta(1 - \beta)^{\tau-1}$.

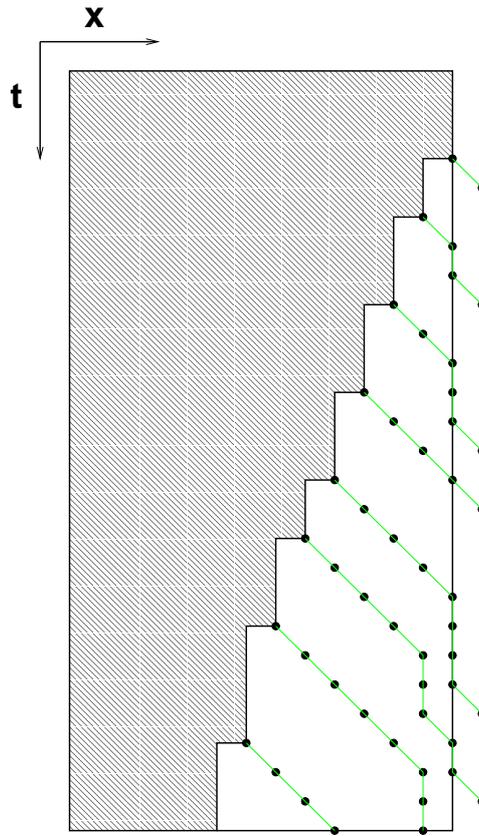


Figure 6: Représentation schématique du diagramme spatio-temporel obtenu lorsqu'un embouteillage (zone grise) se détache de la sortie (à droite). Les particules quittant l'embouteillage sont représentées par des points noirs. Leurs trajectoires sont visualisées par une ligne pour pouvoir les suivre plus facilement. Certaines particules sortent du système sans avoir rencontré d'autre particule, d'autres sont arrêtées par la particule précédente lorsque celle-ci met trop longtemps à sortir.

La valeur moyenne de T peut alors s'exprimer comme

$$\begin{aligned}
 T &= \sum_{t=1}^{\infty} P_h(t) \left[P_f(t)(t+1) + P_b(t)\left(t + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{q_0}\right) \right] \\
 &= \frac{1}{\beta} + \frac{1}{q_0} = J(\beta)^{-1}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Ce temps est l'inverse du flux moyen à travers la sortie du système. Il est à remarquer que l'on retrouve exactement la même valeur qu'en (4). Alors, lorsqu'on a alternance entre des configurations avec un embouteillage localisé à la sortie, ou en train de se décoller du bord, le flux reste toujours égal à $J(\beta)$. Cette valeur du flux sera observée tant que le système est contrôlé par la sortie, i.e. en présence d'embouteillages. La figure 7 confirme l'accord avec les simulations numériques. Pour β proche de 1, un certain écart apparaît. C'est un effet de taille finie dû au fait que pour des petits systèmes, il peut arriver que le système soit pendant un moment vide de tout embouteillage, car la durée nécessaire pour qu'un embouteillage remonte à travers tout le système peut être inférieure à la durée entre deux nucléations d'embouteillages à la sortie. Le flux est alors momentanément déterminé par la probabilité d'entrée α .

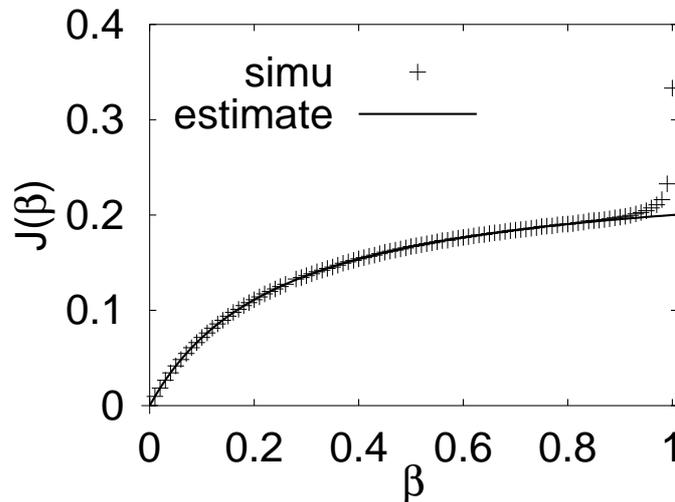


Figure 7: Comparaison entre l'estimation du flux $J(\beta)$ et les résultats numériques. La simulation a été réalisée avec un système de longueur $L = 500$ et pour $q_0 = 0.25$. On a choisi comme probabilité d'entrée $\alpha = 0.5$. L'accord est obtenu pour des valeurs suffisamment petites de β . Les simulations réalisées pour plusieurs tailles de systèmes indiquent que les déviations pour β proche de 1 sont dues à des effets de taille finie.

Dans la phase haute densité, où le système est envahi par les em-

bouteillages, on peut plutôt voir la sortie comme nucléant des zones d'écoulement libre au sein d'un embouteillage compact. Ces zones libres sont typiquement composées d'un seul trou lorsque $\beta < q_0$, et d'un ensemble de trous et particules en mouvement lorsque $\beta > q_0$. Elles remontent l'écoulement, de même que les embouteillages compacts qui les séparent. Sur un diagramme spatio-temporel, cela se traduit par une structure en bandes (cf fig. 9). Aussi longtemps que l'effet de la frontière gauche ne se fait pas sentir, les flux moyens à l'entrée et à la sortie d'un embouteillage sont égaux, et la largeur de celui-ci obéit à une marche aléatoire non biaisée. Il y a donc une probabilité non nulle pour que cette largeur s'annule. L'embouteillage disparaît, et les deux zones libres voisines fusionnent. Aucune formation spontanée d'embouteillages ne pouvant avoir lieu dans un écoulement libre, ces zones ne pourront plus se séparer. À cause du mouvement déterministe des véhicules en mouvement, les zones d'écoulement libre ont une largeur strictement constante dans le temps - si on considère la largeur prise dans la direction $x = t$ dans le diagramme spatio-temporel. Lors d'une coalescence, ces deux largeurs s'additionnent. Les particules en excès provenant de l'embouteillage défunt sont réparties entre les embouteillages voisins, qui s'en trouvent grossis d'autant. Ainsi, alors qu'on remonte l'écoulement, la largeur des bandes augmente. La densité moyenne (moyenne d'ensemble ou temporelle) reste néanmoins constante et égale à la densité sur le dernier site $\rho(L) = J(\beta)/\beta$.

Lorsque les embouteillages arrivent près de l'entrée du système, ils vont soudainement croître ou se rétracter selon la valeur de α , amenant à une variation de la densité localisée près de l'entrée. Cet effet de bord n'étant pas essentiel à notre propos, nous laissons le lecteur intéressé se reporter à [14]. Il est à noter cependant que ce phénomène se délocalise sur l'ensemble du système lorsque qu'on approche de la ligne de transition $\beta(\alpha)$.

L'écoulement stationnaire est contrôlé par α ou β selon que $J(\alpha)$ est inférieur ou supérieur à $J(\beta)$. La transition entre les deux états a lieu lorsque les deux flux $J(\alpha)$ et $J(\beta)$ sont égaux, i.e. pour

$$\beta_t(\alpha) = \frac{q_0 \alpha}{(1 + \alpha)q_0 - \alpha}. \quad (6)$$

On obtient donc le diagramme de phase de la figure 8. Ce diagramme est exact pour les systèmes de taille infinie. Les effets de taille finie mentionnés ci-dessus ont lieu dans la phase haute densité pour β proche de 1 [14].

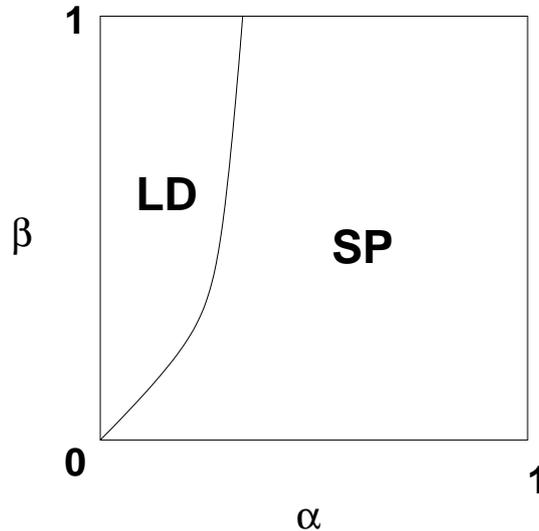


Figure 8: Diagramme de phase pour $q_0 = 0.25$. La ligne en trait plein indique la transition entre la phase d'écoulement libre (LD) et la phase d'écoulement en bandes (SP). Sur la ligne $\alpha = q_0$, le profil de densité est constant.

6 Remarques à propos de mesures de trafic

Il n'est évidemment pas question avec un modèle aussi simple que celui de cet article de faire de véritables comparaisons avec des écoulements réels. Nous souhaiterions plutôt illustrer comment le simple fait d'avoir ajouté un temps de réaction et donc de la métastabilité permet de retrouver certaines caractéristiques de l'écoulement. Cela nous semble donc un ingrédient essentiel qui devrait apparaître dans les modèles plus complexes.

Les mesures de B. Kerner présentées dans [16] ont été obtenues

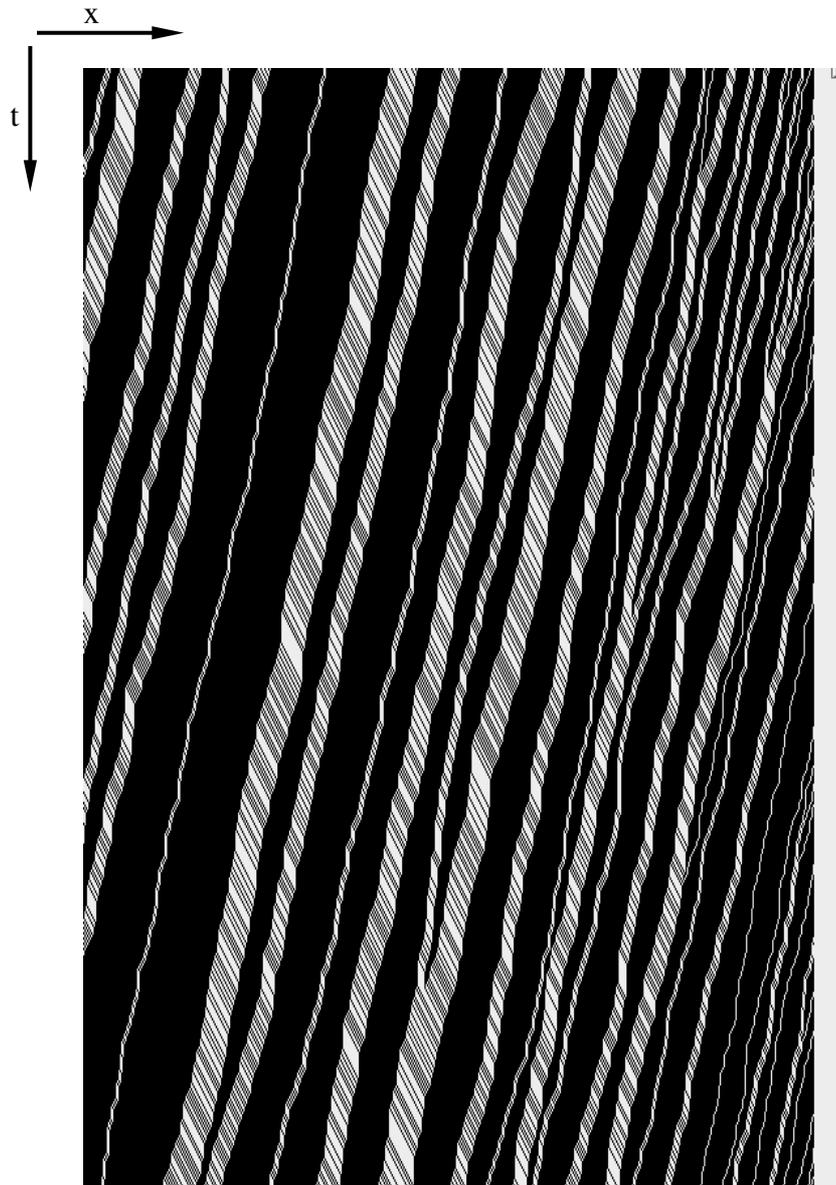


Figure 9: Diagramme spatio-temporel obtenu pour $\alpha = 0.1, \beta = 0.1, q_0 = 0.4$.
Chaque pixel noir correspond à un véhicule.

grâce à des détecteurs placés sur une autoroute en amont d'une perturbation (ici une rampe d'accès). On voit des séries de petits embouteillages se former au niveau de la rampe, puis remonter l'écoulement. Au fur et à mesure de cette remontée, les embouteillages sont de moins en moins nombreux et de plus en plus larges. On observe donc là aussi un phénomène de coalescence et croissance de domaines en amont du lieu de formation des embouteillages. Bien sûr, les causes de ce phénomène de coalescence peuvent être plus diverses que le simple temps de réaction des chauffeurs. Par exemple, l'adaptation de la vitesse des chauffeurs en fonction de la distance libre devant eux peut aussi jouer un rôle, etc. D'autre part, la fenêtre temporelle et spatiale sur laquelle on dispose de données ne nous permet pas de comparer les exposants de croissance de ces domaines avec ceux de notre modèle. Néanmoins, ces mesures illustrent que le phénomène, loin d'être une simple curiosité de laboratoire, se rencontre en écoulement réel et notre approche permet de le relier à un comportement microscopique de façon simple.

Une grandeur souvent mesurée en trafic est le diagramme fondamental donnant le flux de véhicules en fonction de la densité. Ces diagrammes ne sont pas tout à fait de même nature que ceux présentés au début de cet article (figs 1,4), car il s'agit plutôt de grandeurs moyennées sur une certaine durée (typiquement une minute). La figure 10 en donne un exemple, et montre comment la durée des moyennes affecte l'allure du diagramme.

Pour se rapprocher des conditions expérimentales, nous avons simulé dans nos simulations un détecteur localisé sur la chaîne et qui moyenne les données sur des intervalles de temps fixes. Nous avons pris une chaîne de longueur $L = 100$ et une probabilité de redémarrage après arrêt $q_0 = 0.25$. Pour présenter des résultats dimensionnés, nous avons choisi un pas de temps de 0.45 s et une taille de cellule de 7.5 mètres, correspondant à l'espace occupé par un véhicule arrêté dans un embouteillage, distance inter-véhiculaire incluse. Alors la vitesse de remontée des embouteillages dans notre modèle est de 15 km/h, ce qui est tout à fait réaliste.

Bien que notre modèle soit extrêmement simple, il capture déjà la structure stochastique du diagramme fondamental expérimental

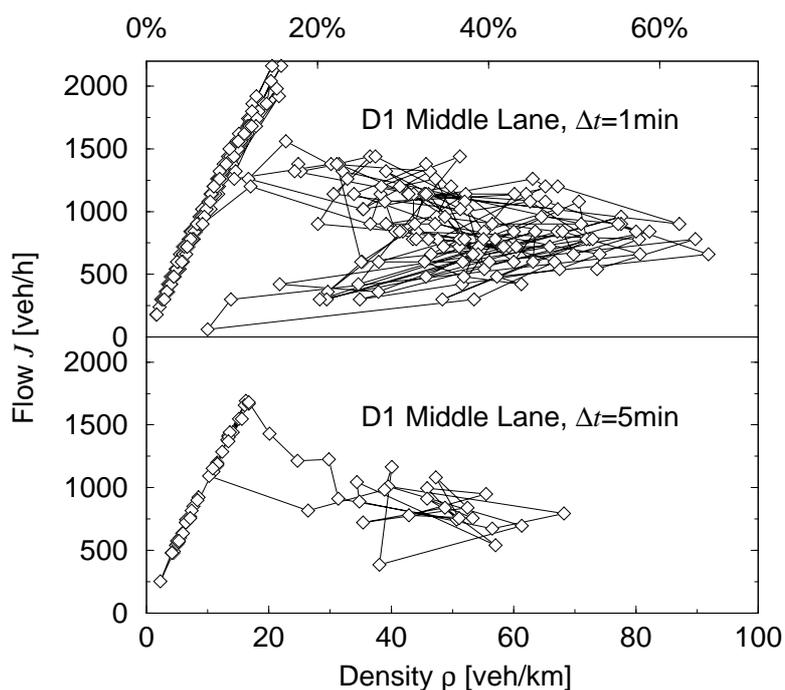


Figure 10: Diagramme fondamental obtenu en moyennant sur 1 (en haut) ou 5 (en bas) minutes. L'occupation relative est calculée en utilisant la densité maximale pendant la période de mesure, à savoir $\rho_{max} = 140 \text{ veh/km}$. Extrait de [15].

(v. figure 11), alors que d'autres modèles plus complexes peinent à la reproduire. Soulignons que c'est cette stochasticité qui est responsable de la coalescence des embouteillages, tant en trafic réel que dans nos simulations. Il y a donc là un ingrédient fondamental qui est naturellement présent dans les modèles de type automates cellulaires.

7 Conclusion

Le but de cet article est, à travers l'étude d'un modèle de transport extrêmement simple, de mettre en évidence quelques caractéristiques fondamentales pour la simulation du trafic routier. Il s'agit es-

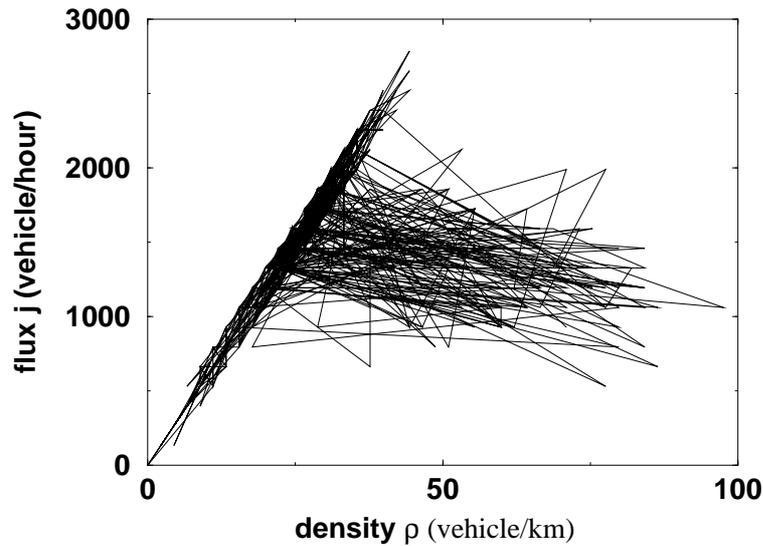


Figure 11: Diagramme fondamental obtenu avec le modèle présenté dans cet article, avec des moyennes sur une minute.

sentiellement de (i) la stochasticité et de (ii) la métastabilité. La métastabilité (dont la structure à deux branches du diagramme fondamental est une signature) permet l'émergence spontanée de structures relativement complexes d'embouteillages, avec coexistence simultanée de plusieurs embouteillages. Grâce au caractère stochastique du modèle, il apparaît un phénomène de coalescence au cours de la remontée des embouteillages en amont de la perturbation. Bien que nous ne visions pas à une description réaliste du trafic réel, ce phénomène peut être relié à des études expérimentales mettant en évidence l'existence d'embouteillages parallèles sur les autoroutes [16, 17].

Remerciements: Nous remercions Robert Barlovic, Andreas Schadschneider, et J. Krug pour les discussions que nous avons pu avoir avec eux. L. S. a bénéficié du soutien de la Deutsche Forschungsgemeinschaft, bourse No. SA864/1-1.

Bibliographie

- [1] K. Nagel and M. Schreckenberg. A cellular automaton model for freeway traffic. *J. Phys. I*, 2:2221–2229, 1992.
- [2] Debashish Chowdhury, Ludger Santen, and Andreas Schadschneider. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems. *Phys. Reports*, 329:199, 2000.
- [3] R. Barlovic, L. Santen, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg. Metastable states in cellular automata for traffic flow. *Eur. Phys. J. B*, 5:793, 1998.
- [4] W. Brilon and N. Wu. In *Traffic and Mobility*, M. Schreckenberg W. Brilon, F. Huber and H. Wallentowitz, editors, Berlin: Springer, 1999.
- [5] H. Emmerich and E. Rank. *Physica A*, 234:676, 1997.
- [6] D. Helbing and M. Schreckenberg. *Phys. Rev. E*, 59:R2505, 1999.
- [7] Wolfgang Knospe, Ludger Santen, Andreas Schadschneider, and Michael Schreckenberg. Towards a realistic microscopic description of highway traffic. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 33:L477, 2000.
- [8] B.S. Kerner, S.L. Klenov, and D.E. Wolf. *preprint cond-mat/0206370*, 2002.
- [9] D. Helbing. *Rev. Mod. Phys.*, 73:1067, 2001.
- [10] B. Derrida, M.R. Evans, V. Hakim and V. Pasquier. *J. Phys. A*, 26:1493, 1993.
- [11] M.R. Evans, N. Rajewsky and E.R. Speer. *J. Stat. Phys.*, 95:45, 1999; J. de Gier and B. Nienhuis, *Phys. Rev. E*, 59:4899, 1999.
- [12] A.B. Kolomeisky, G.M. Schütz, E.B. Kolomeisky, and J.P. Straley. Phase diagram of one-dimensional driven lattice gases with open boundaries. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 31:6911, 1998.

- [13] L. Santen and C. Appert. The asymmetric exclusion process revisited: Fluctuations and dynamics in the domain wall picture. *J. Stat. Phys.*, 106:187–199, 2002.
- [14] C. Appert and L. Santen. Boundary induced phase transitions in driven lattice gases with meta-stable states. *Phys. Rev. Lett.*, 86:2498–2501, 2001.
- [15] L. Neubert, L. Santen, A. Schadschneider, and M. Schreckenberg. *Phys. Rev. E*, 60:6480, 1999.
- [16] B. S. Kerner. in TGF, 1999; B.S. Kerner and H. Rehborn, *Phys. Rev. E*, 53:R4275, 1996.
- [17] B. S. Kerner and H. Rehborn. Experimental features and characteristics of traffic jams. *Phys. Rev. E*, 53:R1297–R1300, 1996.