L'action : histoire

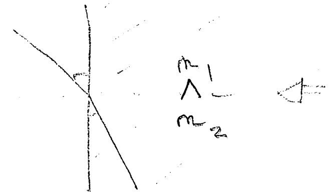
(G. Moreau)

- Principe philosophique d'économie naturelle : Aristote (-4ème), Saint Augustin d'Hippone (4ème) et Thomas d'Aquin (13ème)

- 17ème Optique géométrique — H. d'Alexandrie (-1er) : égalité des angles de réflexion
Lois de W. Snell & R. Descartes [conserv. qtté mvt scalaire]
Principe de P. de Fermat [G. Leibniz (cons. E) (chrét.) : principe proche énoncé] :
maths différentielles

{20ème : photon pour expliquer effet photo électr. par Einstein}

"A l'interface entre deux milieux, la lumière se propage d'un point à un autre sur un trajet tel que la durée de parcours soit extrémale."



$$\delta(\Delta t)=0,\ \Delta t \propto \int_{x_A}^{x_B} dx \underbrace{\frac{c}{dx/dt|_{onde}}}_{\text{indice réfract°}} = \int dx \frac{c}{v_\varphi} = \int dx \frac{c}{\lambda\nu} = \int dx \frac{pc}{E}$$

avec $\begin{cases} p=\hbar k = \frac{h}{2\pi}\frac{2\pi}{\lambda} \\ E=\hbar\omega = \frac{h}{2\pi}2\pi\nu = h\nu \end{cases}$

(relations de : De Broglie & Plank-Einstein) @1D

$\underbrace{\langle\psi|\hat{X}|\psi\rangle}$ valeur classique (grand # mesures) ponctuelle

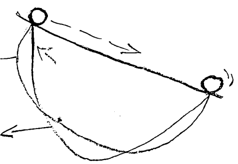
EXPLICITE DUALITÉ ONDE-CORPUSCULE
(atomistes/Démocrite d'Abdère, -5ème
corpularistes/Isaac Newton)
calcul diff.

↳ J(ean) Bernoulli trouve [calcul infinit. "variationnel"] la véritable brachistochrone :

"lien à la mécanique"

arc de cercle (Galilée)

arc de cycloïde

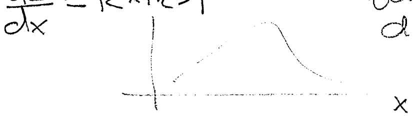


Description ondulatoire (lumière) — C. Huygens [conservat° qtté mvt sommée] retrouve les lois de Snell-Descartes (+A. Fresnel, 19ème)

{19ème : théorie de J. Maxwell}
↳ $A^\mu(x_\nu)$

$$\frac{dP}{dx} = |\overbrace{\langle x|\psi\rangle}^{\psi(t)}|^2$$

"fonction d'onde"



L'EXPLICATION QUANTIQUE DU PARADOXE

18ème P. Moreau de Maupertuis : ordre immanent établi par Dieu $\Rightarrow$ principe digne de l'être suprême

$\hookrightarrow$ critiqué par philosophes des Lumières tel D. Diderot
opposé aux matérialistes_mécanistes (Epicure, Descartes, Newton)

1744 :

Principe de la moindre quantité d'action (inspiré par Fermat), pour "quelque changement dans la natu.";
$\hookrightarrow$ méca.

$$\delta s = 0 \,,\quad \underset{\underset{\Delta t}{\wr}}{s} = \int_{\vec{x}_A}^{\vec{x}_B} \underbrace{m\vec{v}}_{\vec{p}} \cdot d\vec{x} \propto \int_{t_A}^{t_B} \Big(\underbrace{\tfrac{1}{2} m \vec{v}^{\,2}}_{T} - \underbrace{0}_{V}\Big)\, dt \doteq \int L(t)\, dt = S \quad \text{"action"}$$

syst. ponctuel ~~relativiste~~ (C.7)

1744 :

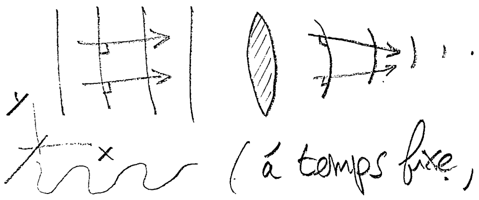
Formalisation des principes métaphysiques par L. Euler et J. de Lagrange [$\to$ Mécanique analytique] :
Calcul variationnel (fonctionnelle : 19ème, C.3) et principe de moindre action $\dfrac{\delta S[x]}{\delta x(t)} = 0$ (C.3, C.8)

19ème Formalisme autour du principe de moindre action : C. Jacobi et H. Helmholtz

La Géométrie : Rayons ($\mathcal{R}$) $\perp$ Fronts d'onde = iso_contours de phase φ

Prémisses quantiques :
Mécanique de W. Hamilton
(Espace config. $\to$ phases)
$x, \dot{x}$ $\quad$ x, p
$L \xrightarrow{\text{transf. Legendre}} H$

onde plane



onde sphérique

$\phi = e^{i\varphi}$ (à temps fixe, monochr.)

ex LENTILLE CVG.

onde lumineuse : $\varphi = \vec{k}.\vec{r} - \omega t$, $\vec{k} = \vec{\nabla}\varphi$

(Huygens, Fresnel, Maxwell)

$\downarrow$

$\begin{pmatrix} \phi \\ \vec{A} \end{pmatrix} \equiv A^\mu_{[c=1]} \Rightarrow$ Radiations e.m. $\vec{E}, \vec{B}$

"onde mécanique" : $\left(\tilde{\varphi} = \hbar\varphi = \vec{p}.\vec{r} - Et \right.$, $\left. \vec{p} = \vec{\nabla}\tilde{\varphi} \right)$

? (fonction d'onde ψ)

$$p \hat{=} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \quad \text{et} \quad S = \int L dt = \int \overbrace{(T - \underbrace{V}_{0 \mapsto H(x)})}^{=T+V=H} dt \doteq H\Delta t = L\Delta t \overset{10}{\Rightarrow} \overbrace{p = \frac{\partial(S/\Delta t)}{\partial(\Delta x / \Delta t)}}^{(C.8)\ e^{\frac{i}{\hbar}S}\ ?}$$

$\mathcal{R}$: Rayons lumineux portés par $\vec{k}$ / Principe de Fermat (opt. géom.)

$\mathcal{R}$: trajectoires classiques matérielles selon $\vec{p}$ / Pp. moindre action (méca. Newton.)

• 20 ème

1941 : H. Jehle indique à R. Feynman (étudiant en thèse à Princeton) un article de P. Dirac mentionnant, sur quantification de syst. sans H

$$<x_2 t_2 | x_1 t_1> \propto \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[x]\right)$$

1942 : Thèse de R. Feynman

→ établit la relation $<x_2 t_2 | x_1 t_1> = \mathcal{C} \int \mathcal{D}x \, e^{\frac{i}{\hbar} S[x]}$, $\forall V(x(t))$ (C.8)

→ $<x' | \psi(t')> = \int dx <x't' | xt> <x | \psi(t)>$ (C.2) obtenu

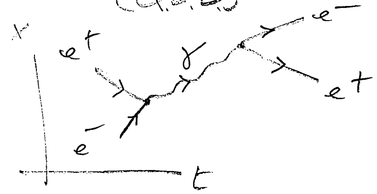
→ re-dérive l'Équation de Schrödinger en différentiant $<x_2 t_2 | x_1 t_1>$

(Raisonnement inverse du cours : Éq. Schr. / C.1 $\xrightarrow[C.6]{\exp(-\frac{i}{\hbar} \hat{H} \Delta t)}$ $\underset{C.8}{<x_2 t_2 | x_1 t_1>}$)

1965 : Prix Nobel pour leurs travaux sur l'Électrodynamique quantique à R. Feynman, J. Schwinger et S.-I. Tomonaga

(C.15)

Graphe de Feynman (QED)



⇓

Règles de Feynman pour le calcul d'amplitudes de probabilité de réactions à Haute En.

• Intégrale de chemin utile notamment pour la quantification des théories de jauge non-abéliennes ($SU(2)_L \otimes SU(3)_c$ dans MS) car cette approche simplifie la quantification canonique

• Concept similaire à l'intégrale de chemin : Formule de Feynman-Kac pour le mouvement Brownien (en physique statistique)