
Examen

1. Calculer $\int_a^b x \sin(x) dx$ en utilisant une intégration par parties.
2. Calculer $\int_s^t (3x + 2)e^{2x} dx$ en utilisant une intégration par parties.
3. En utilisant la propriété de positivité de l'intégration et l'inégalité $x^2 > x$ sur un certain intervalle $[A, B]$, montrer que $(B^3 - A^3) > \frac{3}{2}(B^2 - A^2)$.
4. En utilisant le théorème de l'inégalité de la moyenne, encadrer l'intégrale $\int_1^2 3y^4 dy$.
5. Calculer graphiquement l'intégrale $\int_0^1 2x dx$. Puis vérifier le résultat obtenu par le calcul.
6. Calculer l'intégrale $\int_a^b \sin^2(x) \cos(x) dx$ en appliquant le changement de variable $u = \sin(x)$.
7. Calculer l'intégrale $\int_{\sqrt{2}}^3 (k^2 - 3)^{-1} k dk$ en appliquant le changement de variable $s = k^2 - 3$.
8. Calculer l'intégrale $\int_X^Y \sqrt{2t^3 + 3} 3t^2 dt$ en appliquant un changement de variable.
9. Résoudre l'équation $3p^2 + 2p - 1 = 0$.
10. Résoudre le système d'équations $3a + b = 1$ et $\frac{b}{2} - 1 = 2a$.
11. Montrer que $v_0 = 1$ est racine de l'équation $p(v) = 0$ avec $p(v) = 3v^3 - 12v^2 + 15v - 6$. En déduire une forme factorisée de $p(v)$ puis toutes les racines de $p(v) = 0$. Quelles sont les multiplicités de ces dernières ? Commenter.
12. Quelle est la solution de l'équation différentielle du deuxième ordre $\frac{d^2w(t)}{dt^2} + 3w(t) = 0$? Cette équation est-elle linéaire ? homogène ? En déduire la solution générale de l'équation,

$$\frac{d^2w(t)}{dt^2} + 3w(t) = e^{3t} .$$

13. Résoudre l'équation différentielle

$$\frac{1}{2} \frac{d^2f(t)}{dt^2} + \frac{df(t)}{dt} + \frac{f(t)}{2} = 0 .$$

Vérifier que la solution obtenue est bien correcte.

14. Soit la fonction à deux variables $g(x, y) = 3x^2 + 2y + xy + 1$. Calculer son développement limité à l'ordre 1 au point $(0, 0)$ [formule de *Taylor-Young*]. Vérifier que le résultat obtenu est cohérent dans une certaine limite.