

Gestion

I Généralités

1. Politique sociale : Selon les données publiées le 18 mars 2021 par l'Institut national de la statistique et des études économiques (INSEE), le taux de chômage s'élève à 8 % de la population active – qui compte 29,6 millions de citoyens – en 2020 (en moyenne), soit 0,4 point (de pourcentage) de moins qu'en 2019. Est-ce différent d'une diminution de 0,4 % du taux de chômage ? Quel est donc le nombre de chômeurs en 2020 ?
2. Macro-économie : L'équation à la base de la théorie quantitative de la monnaie exprime la conservation de la monnaie en circulation qui s'écrit dans une forme simplifiée,

$$M \times V = P_1 \times B_1 + P_2 \times B_2, \quad (1)$$

où M est la variable de masse monétaire (quantité de monnaie produite), V la vitesse de circulation de la monnaie (soit le nombre moyen de fois qu'une unité de monnaie est utilisée par heure), P_i [avec $i = 1, 2$] le prix moyen par bien et B_i le nombre de biens vendus sur le marché par heure ($B_1 + B_2$ est relié au *P.I.B.* à l'échelle nationale) pour des biens de catégorie i . Que vaut la quantité $M \times V - P_1 \times B_1$? Justifier explicitement la manipulation d'égalité effectuée pour arriver à la conclusion. Exprimer B_2 en fonction des autres quantités impliquées dans la Formule (1) [toujours en justifiant chaque étape]. Considérant un marché économique clos, par exemple sur une petite île où $M = 60\,000 \text{ €}$, $V = 3/h$, $P_1 = 12 \text{ €}$ (consommation alimentaire), $P_2 = 50 \text{ €}$ (consommation vestimentaire)¹ et $B_1 = 6200/h$, déterminer la quantité B_2 .

II Comptabilité d'une entreprise

II.A Chiffre d'affaires

Définitions : Sur une période donnée, le *chiffre d'affaires* d'une entreprise est défini par la fonction $CA(q, p)$ où q représente la quantité de produits vendus et p le prix unitaire (prix d'un produit). Dans le cas le plus simple, on a : $CA(q, p) = q \times p$. On pourrait également imaginer une subvention (introduction d'une variable notée *sub*) versée par l'État qui modifierait cette formule en :

$$CA(q, p) = (q \times p) + sub.$$

À noter que le chiffre d'affaires correspond au prix de vente hors taxes [noté p ci-dessus], donc à une somme effectivement reçue par l'entreprise (puisque l'entrepreneur ne fait que collecter la partie TVA auprès de l'acheteur afin de la reverser à l'État).

Exercice : Un concessionnaire automobile touche une subvention publique de 10.000€ par an pour son engagement social (recrutement de personnel avec handicap). Son chiffre d'affaires annuel

1. Négligeant ici par simplicité les autres types de dépense, disons pour une période suffisamment brève.

est monté une fois à 1.515.000€. Supposant, pour simplifier le calcul, qu'un seul type de voiture est proposé à un prix hors taxes de 35.000€, déduire le nombre de véhicules vendus l'année correspondante.

II.B Coûts fixe et variable

Définitions : Le *coût variable* engagé par une entreprise est défini par la fonction,

$$CV(q', c, q, p) = (q' \times c) + 5\% CA(q, p),$$

q' dénotant le nombre de produits fabriqués, c le coût de création unitaire du produit et le dernier terme représentant les taxes sur le chiffre d'affaires réalisé. Cette définition pourrait être étendue à toutes les charges, directes et indirectes, liées à la quantité de biens vendus, telles les primes pour les vendeurs ou encore les frais d'expéditions. Le *coût total* (CT) pour l'entreprise,

$$CT(q', c, q, p) = CV(q', c, q, p) + CF,$$

inclut également le *coût fixe* (CF) qui lui est généré notamment par le loyer à payer, les salaires à verser, les frais d'intérêts d'emprunts financiers et autres services publics payables.

Exercice : Si le prix unitaire du produit vendu augmente, comment se comporte le coût total d'après les définitions ci-dessus ?

Exercice : Sachant qu'en 2018 une entreprise donnée n'a produit que 82% des manteaux que celle-ci a vendu (unique produit vendu) – les 18% restant provenant des invendus de 2017 – et que 577 pièces ont été vendues en 2018, calculer le chiffre d'affaires et le coût variable en 2018 puis en déduire le coût fixe. Les données disponibles du comptable en 2018 sont le coût de production unitaire chiffrant à 25€, le prix de vente unitaire (hors taxe) de 150€, la valeur de la subvention octroyée par la Ville de Paris (5.000€) ainsi que le coût total pour l'entreprise s'élevant à 40.612€.

II.C Marge versus bénéfice

Définitions : La marge commerciale est définie par la différence,

$$M(q', c, q, p) = CA(q, p) - CV(q', c, q, p),$$

et sert d'estimateur de bonne santé économique. Quant au bénéfice d'une entreprise², il se calcule selon la définition suivante,

$$B(q', c, q, p) = CA(q, p) - CT(q', c, q, p).$$

L'entreprise est dite bénéficiaire lorsque $B(q', c, q, p) > 0$.

Exercice : Comparer les valeurs du coût variable et du coût fixe. En déduire la comparaison entre la marge et le bénéfice d'une entreprise.

Exercice : Exprimer la fonction $B(q', c, q, p)$ comme une somme de 3 termes, impliquant ses variables ainsi que les quantités sub et CF . En déduire le bénéfice réalisé sur un mois pour 102 produits fabriqués, 135 produits vendus, un coût de fabrication unitaire s'élevant à 58€, une subvention de 350€, un prix de vente unitaire hors taxes de 195€ et un coût fixe de 4980€.

2. Il est intéressant de comparer le bénéfice avec la valeur ajoutée (différence entre le prix de vente et le coût des matières premières) – dont la somme globale à l'échelle nationale donne le fameux P.I.B. qui représente donc une estimation de l'ensemble des richesses produites – ainsi qu'avec la notion marxiste de plus-value (différence entre la valeur ajoutée par salarié et le salaire permettant au travailleur de vivre).

III Courbes d'évolution des ventes

Exercice : Sur une période de 10 ans, le montant annuel des ventes [en Euros] d'une société est trouvé – de manière empirique – être donné, en bonne approximation, par la fonction affine du temps [en années] suivante,

$$V(t) = 760 (\text{€/année}) \times t (\text{années}) + 133\,000 (\text{€}).$$

- Commenter l'évolution des ventes au cours du temps.
- À quelle somme s'élèvent les ventes au bout de la 4ème année ?
- Tracer la courbe représentant la fonction $V(t)$ entre la 1ère et la 10ème année. Utiliser, si possible, plusieurs méthodes graphiques.
- En déduire, par extrapolation graphique, une prédiction du chiffre de vente annuel au bout de la 22ème année. Retrouver approximativement cette valeur par le calcul.

Exercice : Même exercice avec ici la fonction exponentielle de la racine carrée du temps (variable t exprimée en années) donnant la recette annuelle des ventes (en €) :

$$V(t) = 785 e^{\sqrt{t}}.$$

Exercice : Le chiffre d'affaires journalier d'un magasin (en €) se modélise, autour de la période de Noël, par une fonction du temps [jour du mois de décembre paramétré par le nombre réel positif noté j] :

$$CA(j) = 6450 - 10(j - 24)^2.$$

Cette fonction est représentée sur la Figure 1. Trouver grâce à cette figure, puis par un calcul (de

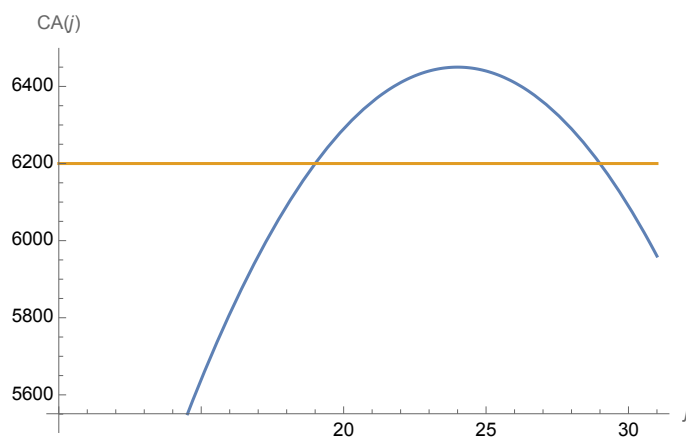


FIGURE 1 – Chiffre d'affaires quotidien lors des fêtes de Noël en fonction du jour j (courbe bleue) et seuil de réinvestissement (droite jaune).

dérivée), le jour où le chiffre d'affaires est maximal. Commenter le résultat. Au-delà d'un chiffre d'affaires journalier de 6200€, les associés estiment qu'ils peuvent réinvestir une partie du bénéfice

dans cette entreprise. Pendant combien de jours le chiffre d'affaires dépasse-t-il effectivement ce seuil en décembre ? Raisonner graphiquement puis analytiquement.

Exercice : Même exercice que le précédent avec le chiffre d'affaires journalier (en €) plus réaliste suivant,

$$CA(j) = 2451 + 930 e^{-\frac{(j-24)^2}{2(4)^2}},$$

représenté sur la Figure 2.

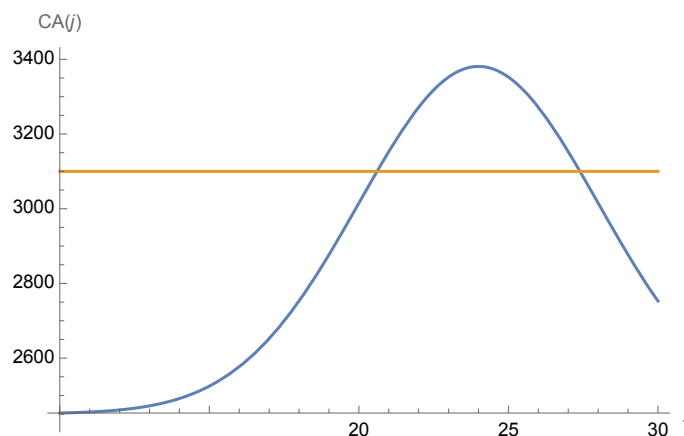


FIGURE 2 – Autre chiffre d'affaires quotidien à Noël en fonction du jour j (courbe bleue) et nouveau seuil de réinvestissement à 3100€ (droite jaune).

IV Estimations statistiques

Définitions : Comme vu plus haut, l'extrapolation par exemple permet une prédiction approximative du montant des ventes d'une société. Prenons le cas d'une prévision linéaire dans le temps $V(t)$ [sur une période donnée]. L'incertitude faite sur cette prédiction peut suivre une 'loi normale centrée-réduite' :

$$V(t) = A (\text{€/année}) \times t (\text{années}) + B (\text{€}) + \delta V \Delta V (\text{€}).$$

où A, B sont des coefficients fixes sans dimensions, $\pm \Delta V$ l'erreur estimée adimensionnée et le facteur de correction δV (variable aléatoire) de valeur adimensionnée est effectif avec la densité de probabilité normée [d'intégrale globale égale à l'unité],

$$\frac{dP(\delta V)}{d\delta V} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\delta V - \mu)^2}{2\sigma^2}},$$

μ étant la moyenne ('espérance') et σ la largeur typique de la courbe gaussienne en cloche (σ vaut à peu près la demi-largeur à mi-hauteur) ou plus précisément son 'écart type'. Ici, la 'loi normale centrée réduite' – avec une $\mu = 0$ et $\sigma = 1$ – est pertinente : voir la Figure 3.

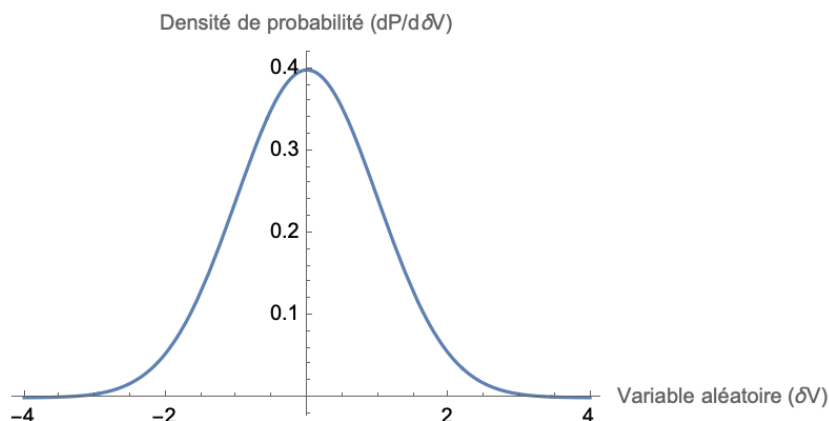


FIGURE 3 – Loi normale centrée réduite.

Exercice : Afin de définir une stratégie pour l'avenir, une entreprise souhaite estimer la recette de ses ventes annuelles [en Euros] dans un an ($t = 1$) en basant ses tests statistiques sur la loi normale centrée réduite suivante,

$$V(t) = 500 (\text{€/année}) \times t (\text{années}) + B (\text{€}) + \delta V \Delta V (\text{€}),$$

avec $B = 100.000$, $\Delta V = 5.000$ et,

$$\frac{dP(\delta V)}{d\delta V} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta V^2}{2}}.$$

Quelle est la densité de probabilité que l'entreprise atteigne un niveau de vente de 104.500€? On cherchera d'abord à quelle valeur de δV ce montant correspond [typiquement quelle déviation par rapport à la moyenne attendue pour $V(1)$]. Puis on utilisera d'abord la courbe de la Figure 3 avant de faire le calcul précis grâce à la formule donnée pour la gaussienne. La réponse serait-elle différente pour un montant annuel des ventes de 96.500€?
