

# Développements récents sur les rayonnements (dans les accélérateurs)

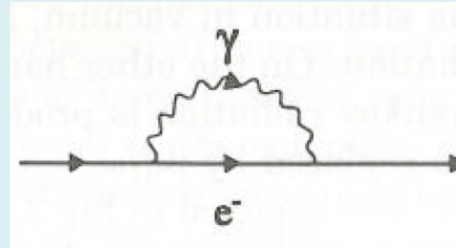
[ Plan de cours/TD par G.Moreau ]

- 02/2011 -

*Ce cours vise à décrire les principaux types de rayonnements, induits par des électrons relativistes, qui sont liés à des développements technologiques récents utiles dans le domaine de la physique nucléaire et de la physique des particules élémentaires, en particulier.*

## 0) Vue d'ensemble sur le rayonnement par un électron

Fig.(a)



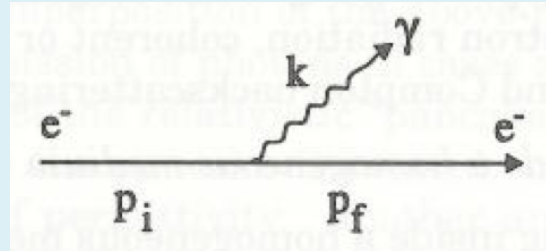
\* Un électron libre ( $e^-$ ) se propageant **dans le vide** selon un mouvement rectiligne uniforme ne rayonne pas.

En revanche, celui-ci peut émettre – par interaction e.m. – puis « réabsorber » un photon ( $\gamma$ ), d'après le principe d'incertitude d'*Heisenberg* [Fig.(a)]. Il s'agit du nuage de photons virtuels qui n'est rien d'autre que la description quantique du champ de *Coulomb*.

\* Si l'électron passe à **proximité d'un matériau**, il n'y a pas vraiment émission de radiation par l'électron, mais plutôt émission de radiation par le matériau induite par la charge électrique de l'électron (des exemples récents sont la radiation de transition, les rayons-X paramétriques et l'effet *Smith-Purcell*).

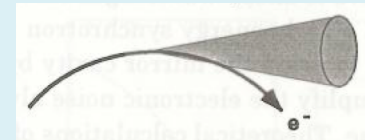
Un cas semblable est celui d'un électron évoluant **dans un milieu** cette fois-ci homogène à une vitesse constante et supérieure à celle de la lumière dans ce milieu: il existe alors une radiation dite *Cherenkov*.

Fig.(b)

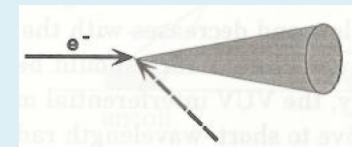


\* Si l'électron évolue **dans un champ extérieur** alors sa trajectoire pourra être courbée et son mouvement accéléré. Dans ce cas, il peut y avoir rayonnement de photon [**Fig. (b)**]. Parmi les différents rayonnements de ce genre, certains n'ont été découverts que depuis peu (depuis ~ 1950) ou se sont récemment révélés être des sources de radiation utiles [tous ces rayonnements constituent l'objet principal de ce cours]:

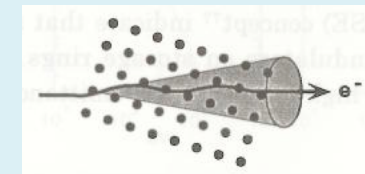
1 – **Radiation Synchrotron** : typique des accélérateurs de particules



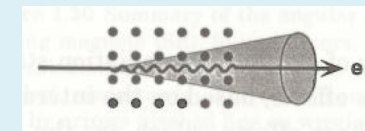
2 – **Diffusion Compton** : la réaction  $e^- \gamma \rightarrow e^- \gamma$



3 – **Bremsstrahlung Cohérent** : par un électron voyageant dans un cristal près d'un axe / plan principal et dont la trajectoire est ainsi perturbée périodiquement



4 – **Radiation de Canalisation** : lorsque l'électron se propage quasi-parallèlement à l'un de ces axes / plans du cristal (capture dans une trajectoire ondoyante stable)



## 1) Introduction

### 1. Rappels: Formulation covariante des équations de Maxwell

Tenseur du champ électromagnétique ( $F^{\mu\nu}$ ), quadri-courant ( $j^\mu$ ).  
Impulsion du champ e.m.

### 2. Calcul des champs créés par une charge en mouvement

Méthodes relativistes (boost de Lorentz sur  $A^\mu$  ou  $F^{\mu\nu}$ ) pour déterminer les champs magnétique et électrique [ $\vec{E}$ \_coulombien +  $\vec{E}$ \_rayonnement] créés par une charge ponctuelle mobile.

### 3. Résolution de l'équation de Klein-Gordon

( $\Leftrightarrow$  équations de Maxwell pour un photon massif dans le vide)

Utilisation de la fonction de Green bosonique pour résoudre les équations de Maxwell ainsi que l'équation de Klein-Gordon (couplée).

### Analogie quantique:

Courant  $j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$   
Impulsion du photon.

Cette fonction de Green est reliée au propagateur de boson dans les calculs d'amplitude de réaction.

#### 4. Résolution de l'équation du mouvement pour un électron relativiste dans un champ électromagnétique

Utilisation de la fonction de *Green* fermionique pour résoudre l'équation de *Dirac* inhomogène (pour un spineur dans un champ e.m.):

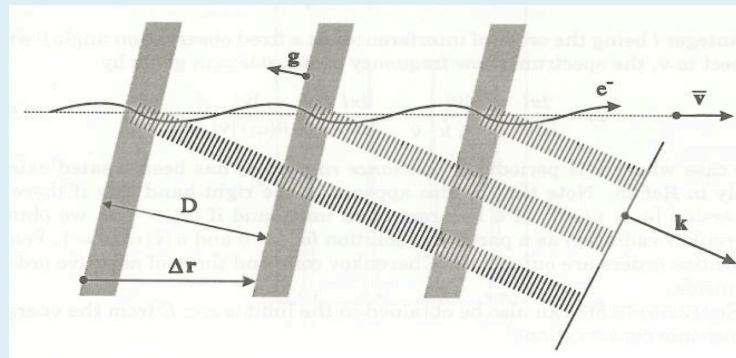
$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = e\gamma^\mu A_\mu \psi$$

Cette fonction de *Green* est reliée au *propagateur* de fermion.

#### 5. Résonances dans des structures périodiques (*utile pour les parties IV et V*)

Etude des ondes émises par un électron se propageant dans une structure périodique. Les interférences de ces ondes peuvent être constructives, dans certaines directions et à certaines pulsations, générant ainsi des pics étroits dans le spectre d'émission.

Détermination des pulsations de ces résonances d'intensité de champ e.m. émis en fonction de  $\Delta r, \bar{v}$  et de l'angle d'émission par rapport à la trajectoire de l' $e^-$  (voir schéma ci-dessous).



## II) Radiation Synchrotron

### 1. Tenseur Energie-Impulsion $T^{\mu\nu}$

Afin de discuter les **géométries optimales des collisionneurs**, on s'intéresse aux champs e.m. créés par une charge accélérée (et non la contribution induite à vitesse constante) qui ont été étudiés en **I) 2.** .

Dérivation de l'expression de l'élément infinitésimal de puissance rayonnée, par angle solide, en fonction du flux du vecteur de densité d'**impulsion** de ces champs créés. Cette relation s'obtient en intégrant l'expression de conservation locale qui s'écrit avec le tenseur énergie-impulsion du champ e.m. (venant du théorème de *Noether* appliqué à l'invariance par translation):

$$\partial_{\mu} T^{\mu\nu} = 0$$

Applications aux cas concrets des collisionneurs de particules **circulaire et linéaire**: étude de la distribution angulaire précise (angle par rapport à la vitesse de la charge) de la puissance rayonnée [obtention d'un rayonnement « vers l'avant » dans le cas relativiste].

Détermination de la distribution angulaire de la fréquence d'onde émise.

## 2. Calcul de la puissance rayonnée totale

Intégration de la puissance rayonnée obtenue (pas de dépendance en  $R =$  distance à la charge) dans le cas simple non-relativiste [Formule de *Larmor*], puis dans le sous-cas du référentiel co-mobile et enfin généralisation à partir de ce dernier (puissance de la formulation covariante) à un référentiel quelconque.

Applications aux cas concrets de collisionneurs de particules existant: estimation du rapport de la puissance rayonnée sur la puissance fournie (**accélérateurs linéaires**), estimation de la perte d'énergie par révolution (**accélérateurs circulaires**), étude de la dépendance de l'intensité du rayonnement dans la masse, la force accélératrice, la trajectoire...

Ces études permettent notamment d'expliquer la forme optimisée de collisionneurs de particules de haute énergie comme le LEP du CERN qui n'est pas tout à fait circulaire.

## 3. Discussion des effets quantiques

Effets de spin, de masse, de moment magnétique,... sur le spectre en énergie des photons émis.

### III) Effet Compton

Cet effet de radiation est connu depuis 1920 mais a vu récemment un renouveau d'intérêt grâce aux progrès sur la qualité des faisceaux d'électrons et aux lasers de plus en plus puissants. Ainsi, cet effet permet de nouvelles sources attrayantes de rayons-X à très petite longueur d'onde.

#### 1. Section efficace de diffusion (pour un photon polarisé ou non)

Calcul de la section efficace **classique**  
(= diffusion élastique de *Thomson*).

Utilisation des fonctions de **Green** [Sec. I) 3.] pour obtenir le champ e.m. puis sa puissance rayonnée [Sec. II) 1.] qui, divisée par celle du flux incident, donne la **section efficace** angulaire.

(application du cours de TQC) 

Calcul des termes **correctifs quantiques** à cette sect. effic. (= diffusion de *Compton*).

Utilisation des **propagateurs** [Sec. I) 3.] pour le calcul d'amplitude de probabilité (via les matrices de diffusion S et de transition T) reliée à la **section efficace** par intégration sur l'espace des phases:

A - obtention des règles de Feynman pour l'ElectroDynamique Quantique

B - application au processus  $e^- \gamma \rightarrow e^- \gamma$   
(somme/moyenne sur les spins)



## 2. L'effet Compton comme source de radiations exploitables

Etude de la relation entre les énergies des photons initial ( $E_1$ ) et final ( $E_2$ ), dans les deux repères où l'électron initial est au repos ou bien relativiste; calcul de la distribution dans l'énergie  $E_2$ .

Calcul de l'énergie du photon final en fonction de l'angle *électron initial-photon initial*, puis de l'angle *électron initial-photon final*; estimation de  $E_2 - E_1$  en fonction de ces angles.

Calcul de la section efficace différentielle par unité d'angle solide (  $d\sigma/d\Omega$  ) en fonction du facteur de boost de l'électron initial, des différents angles,...

Calcul du nombre de photons produits dans une collision électron / impulsion laser à courte longueur d'onde.

### Applications:

La diffusion entre électron ( $\sim$  GeV) et photon incidents colinéaires permet de produire des faisceaux quasi-monochromatiques de photons (aux angles arrières) à des énergies de l'ordre de 100 MeV.

Dans une diffusion à  $90^\circ$ , des électrons de 10-100 MeV seulement engendrent des photons (vers l'avant de l'électron incident) d'énergies dans l'intervalle 1-100 keV de type rayons-X.

## IV) Bremsstrahlung Cohérent

### 1. Section efficace de radiation Bremsstrahlung

Calcul de la section efficace **classique** de radiation (photons aux basses énergies  $E_p$ ) pour une charge soudainement accélérée.

Utilisation des fonctions de **Green** [Sec. I) 3.] pour obtenir le champ e.m. puis sa puissance rayonnée [Sec. II) 1.] qui, divisée par celle du flux incident, donne la **section efficace** angulaire.

Calcul semi-classique du nombre  $N_p$  de photons émis en divisant l'énergie  $E_{\text{tot}}$  radiée par l'électron par l'énergie d'un photon individuel (quantum).

L'intégration sur le moment du photon donne une  $E_{\text{tot}}$  finie mais un  $N_p$  **divergent** [= catastrophe **infrarouge**].

(application du cours de TQC) 

Calcul **quantique** de section efficace Bremsstrahlung induite par diffusion (via  $\gamma$ ) sur noyau de charge  $-Ze$  (*Bethe et Heitler*).

Utilisation des **propagateurs** [Sec. I) 3.] pour calcul d'amplitude par application des règles de Feynman, puis, intégration sur l'espace des phases pour obtenir la **section efficace** (= sect. effic. classique à basse  $E_p$ ).

La section efficace **diverge** dans la limite d'**énergie nulle** pour le photon émis.

**Régularisation** par compensation des termes divergents de la sect. eff. inélastique de Bremsstrahlung avec ceux de la sect. eff. élastique de Coulomb (diffusion d' $e^-$  sur noyau sans émission de photon). Prise en compte de la résolution en énergie pour déterminer la sect. eff. inclusive mesurable.

## 2. L'aspect cohérent du rayonnement Bremsstrahlung (~ 1955)

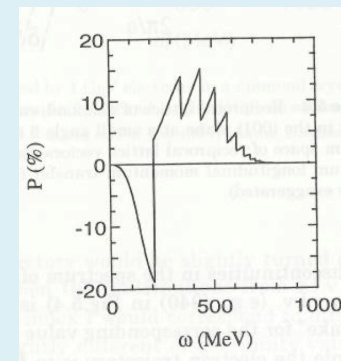
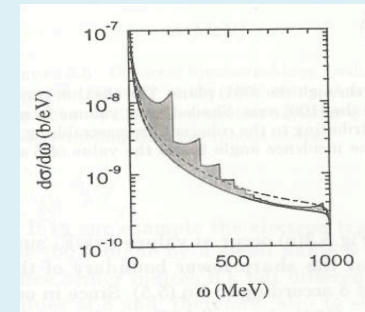
Le spectre du rayonnement Bremsstrahlung, d'un électron relativiste se propageant dans un milieu cristallin, est modifié si la trajectoire de l'e<sup>-</sup> se trouve à proximité d'un axe ou plan majeur. Les ondes de radiation Bremsstrahlung interfèrent alors de manière constructive à certaines longueurs d'onde, résultant ainsi dans une augmentation de l'intensité (comparée au rayonnement « **incohérent** ») et générant des pics à haut degré de polarisation. Ce type de radiation est appelé « Bremsstrahlung **cohérent** ».

Etude de la section efficace intégrée sur tous les angles d'émission de photons, prenant en compte les facteurs de forme atomiques; séparation des parties cohérentes et incohérentes de la section efficace différentielle.

- Détermination de la distribution dans l'énergie  $\omega$  du photon émis et comparaison au cas d'un média amorphe (i.e. sans structure déterminée et régulière comme un cristal) pour des angles choisis de la trajectoire de l'électron dans le cristal.
- Calcul de la polarisation  $P$  en fonction de  $\omega$  - à partir des asymétries de sections efficaces pour des photons polarisés (discussion de la validité de l'approx. de Born au plus bas ordre).

### Applications:

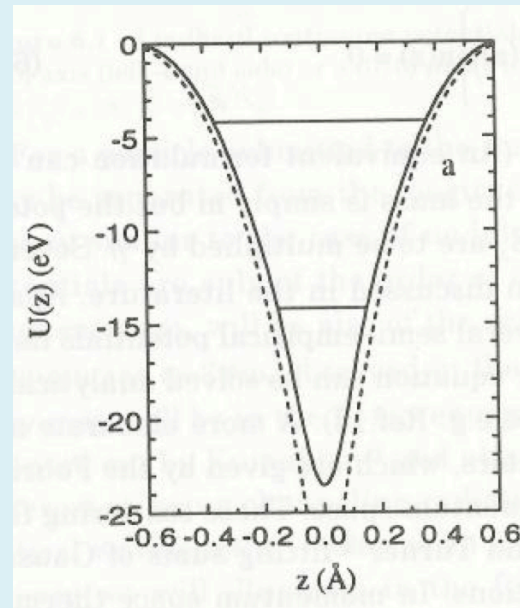
Ce mécanisme physique représente une manière efficace de produire des faisceaux de photons polarisés dans la fenêtre 1-10<sup>2</sup> MeV (avec des électrons de ~ 1 GeV).



## V) Radiation de Canalisation

Un électron se propageant de manière suffisamment parallèle (en deçà d'un angle critique calculé au-dessus duquel la radiation émise est alors de type Bremsstrahlung cohérent) à l'un des plans d'un cristal possède une dynamique régulière et stable: d'une part, sa fonction d'onde le long de la direction transverse  $z$  au plan de trajectoire correspond à des états quantiques liés, d'autre part, son mouvement est périodiquement accéléré - quasi orthogonalement à sa trajectoire - au passage des atomes du plan (émettant ainsi la radiation dite de **canalisation planaire**).

Etude des différents potentiels transverses  $U(z)$  modélisés (selon les cristaux, les moyennes dans le plan, les effets d'écrantage, le nombre de plans adjacents pris en compte,...) qui présentent des barrières de potentiel.



Écriture de l'équation de *Schrodinger* stationnaire selon la direction  $z$  à partir de ces potentiels  $U(z)$ :

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{2m_{e^-}^*}{\hbar^2} [E_{\perp} - U(z)] \right\} \psi(z) = 0$$

Résolution de l'équation de *Schrodinger* [par une méthode quasi-classique (WKB)] pour obtenir les fonctions d'onde d'états liés et le spectre des énergies transverses (en fonction de l'énergie de l'électron:  $\gamma = m_{e^-}^* / m_{e^-}$ ). Les différences entre ces énergies sont les fréquences d'émission (à la constante  $h$  près) possibles.

=> Extension au cas de **canalisation axiale**.

Applications: (autres que l'étude des propriétés cristallines)

Sources stables de photons énergétiques possiblement monochromatiques ( $dE_p/E_p \sim 10^{-3}$ ) et dans le domaine des rayons-X avec un fort degré de polarisation.

## *VI) Conclusion*

Séminaires invités sur des exemples d'applications concrètes et actuelles des types de rayonnements étudiés..