

## TD DE REMÉDIATION EN MATHÉMATIQUES

### Notions diverses : II

1. **Calcul élémentaire** : À quelle puissance de  $x$  correspond l'expression  $\sqrt{\left[\frac{x^{-2}}{x^{(3/2)}}\right]^{-1/3}}$  ?
2. **Calcul élémentaire** : Simplifier le rapport  $\frac{\frac{1}{\ell} + k^2}{k^2 \ell + 1}$  impliquant les constantes  $k$  et  $\ell$ .
3. **Points & vecteurs** : Quelles sont les composantes du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  joignant les point  $A$  et  $B$  de coordonnées respectives  $(1, 2)$  et  $(3, 1)$  ?
4. **Produit scalaire** : Calculer la composante  $x$  du vecteur  $\vec{v} \equiv (x, 1)$  qui est tel que le produit scalaire  $\vec{v} \cdot \vec{w}$  soit nul, avec  $\vec{w} \equiv (2, 4)$ .
5. **Relation de Chasles** : Exprimer la combinaison de vecteurs définis par des couples de points,  $\overrightarrow{QM} + \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{QN}$ , par un unique vecteur.
6. **Trigonométrie géométrique** : Comment est défini l'angle  $\theta$  entre un vecteur de composantes  $(1, 2)$  et l'axe des abscisses ?
7. **Equation trigonométrique** : Résoudre précisément l'équation  $\sin\left(\frac{\beta}{2}\right) = 1$ .
8. **Fonction continue** : Si les fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  sont continues en  $x_0$ , quelle est la condition pour que la fonction  $f(3g[x] + 2)$  soit continue en ce même point ?
9. **Parité** : Discuter la parité de la fonction  $f(x) = (x^3 + x)^2$ .
10. **Changement de coordonnées** : Soit la fonction  $g(t) = t + 1$ . Que vaut la fonction  $g(u)$  en  $u = 2$  après la re-paramétrisation  $t = u^3$  ?
11. **Limites** : Que vaut la fonction  $G(y) = -3e^{y^2-10}$  dans la limite  $y \rightarrow -\infty$  ?
12. **Fonctions spéciales** : sachant que  $\ln(x) + \ln(y) = \ln(A)$ , exprimer  $x$  en fonction de  $y$  et  $A$  sans utiliser cette fonction logarithme népérien.
13. **Nombres complexes** : Donner les parties réelle et imaginaire de la quantité  $(1 + 2i)^2$ .
14. **Dérivation** : Dériver la fonction  $F(x) = (1 + x) \ln(x) - \frac{1}{x}$ . En déduire le comportement de la fonction  $F(x)$  lorsque  $x > 0$ .
15. **Dérivées combinées** : Calculer  $\frac{d}{dt}[2 + 3t + 5 \sin^2(t + 2)]$ .
16. **Calcul d'intégration** : Intégrer par parties,  $-\int_0^\pi x \sin(x) dx$ .
17. **Interprétation de l'intégration** : Calculer graphiquement l'intégrale  $\int_0^1 2x dx$ . Puis vérifier le résultat obtenu par le calcul.

18. **Changement de variable :** Calculer l'intégrale,  $\int_0^1 (1+u^2)^2 u \, du$ , en appliquant le changement de variable  $t = 1 + u^2$ .
19. **Equation du 2ème degré :** Résoudre l'équation  $3p^2 + 2p - 1 = 0$ .
20. **Equation différentielle :** Résoudre l'équation  $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 3y(t) = 2$  pour trouver la fonction solution  $y(t)$ .