

PROBLÈME DE MÉCANIQUE CLASSIQUE

Le tube cathodique

Considérons le tube cathodique qui fut utilisé à l'origine pour activer les écrans de télévisions ou d'ordinateurs. Dans un tel tube à vide, un électron, de charge $q = -e$ (< 0) et de masse m , est soumis à un champ électrique \vec{E}_0 .

On prendra un tube de longueur L avec un champ constant \vec{E}_0 (de norme E_0) vertical et dirigé vers le haut. La pesanteur est négligée.

1. **Modélisation.**- L'électron est émis horizontalement à une extrémité de ce tube, et le long du tube, avec une vitesse \vec{v}_0 (avec la notation $\|\vec{v}_0\| = v_0$). La force subit par le système électron est:

$$\vec{F} = q \vec{E}_0 .$$

- (a) Quels sont la direction et le sens du vecteur \vec{F} ?
- (b) Dessiner un graphique d'une coupe du tube en indiquant L puis en y représentant les vecteurs \vec{F} , \vec{v}_0 ainsi que l'allure typique de la trajectoire attendue pour l'électron dans le tube.
- (c) Représenter, sur la trajectoire dessinée, le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$ du système à un temps générique $t > 0$.
- (d) Justifier le caractère plan de cette trajectoire. Dans la suite, on travaillera dans le repère cartésien dont l'origine est O – la position initiale de l'électron – et la base orthonormée constituée par les deux vecteurs unitaires \vec{i} , tel que $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$, et \vec{j} , vérifiant $\vec{E}_0 = E_0\vec{j}$.

2. **Dynamique.**

- (a) Après avoir effectué un bilan des forces pour le système considéré, écrire le principe fondamental de la dynamique en fonction de \vec{E}_0 .
- (b) Projeter l'égalité vectorielle de la question précédente sur l'axe (O, \vec{j}) . En déduire le signe de la composante de l'accélération de l'électron selon cet axe.
- (c) Intégrer l'équation obtenue sur l'intervalle de temps $[0, t]$. Puis en utilisant la condition initiale sur la vitesse, montrer que sa composante le long de (O, \vec{j}) vaut:

$$v_y(t) = \frac{q E_0}{m} t . \tag{1}$$

- (d) Intégrer l'Equation (1) sur l'intervalle $[0, t]$ en tenant compte des conditions initiales.
- (e) Déduire de la question 2a que la composante de la vitesse de l'électron le long de (O, \vec{i}) est constante. Que vaut cette constante ?

(f) En utilisant ce résultat, déterminer l'équation horaire de l'électron le long de (O, \vec{i}) .

3. Trajectoire.

- (a) D'après les réponses 2f et 2d, quelle est la trajectoire exacte de l'électron, ou en d'autres termes la fonction $y(x)$?
- (b) Quel est le temps passé par l'électron dans le tube ? (en supposant qu'il n'est pas arrêté par ses parois)
- (c) Donner les deux composantes de la vitesse de l'électron à l'instant où celui-ci sort du tube.
- (d) En déduire l'angle de déviation de cette vitesse par rapport à la vitesse initiale. Commenter la dépendance de cet angle vis-à-vis des paramètres du problème.

4. Discussion.

- (a) Donner l'expression de la force gravitationnelle qui s'applique sur l'électron, en fonction du vecteur constant d'accélération au voisinage de la surface de la terre: \vec{g} .
- (b) Calculer numériquement la norme de cette force, dans les unités du Système International (S.I.).¹
- (c) Calculer numériquement l'intensité de la force électrostatique ressentie par l'électron dans le tube cathodique [en unités S.I.].
Nous prenons un champ, induit par une différence de potentiel, de $E_0 \simeq 10^3$ V/m (V pour une tension en Volts).²
- (d) Etait-ce justifié dans cet exercice de négliger la force de gravitation par rapport à la force électrostatique ?

¹On donne pour cette application, $m \simeq 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg et $\|\vec{g}\| \simeq 9,8$ m.s⁻².

²Rappelons que la charge élémentaire vaut $e \simeq 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.