TD de Remédiation en Mathématiques

Calculs élémentaires, nombres complexes, équations

I Calculs élémentaires

1. Calculer $(0,5)^3$ sans machine à calculer et en explicitant les différentes étapes (utiliser les puissances de 10).
2. À quelle puissance de k correspond l'expression suivante ?
$$\sqrt{\left[\frac{k^2\sqrt{k}}{(k^{-3})k^{(4/2)}}k^4\right]^{-4}}$$
3. Simplifier le rapport suivant, impliquant les constantes a, b et d,
$$\frac{\frac{b}{db}-\frac{1}{ad}}{\frac{a-1}{bd}} .$$
4. Mettre la fonction $F(p) = ap^2 + bp + c$ sous la forme $F(p) = [f(p)]^2 + C$ où l'on précisera l'expression de la constante C (sans dépendance en p) et de la fonction $f(p)$ en termes des constantes a, b, c.

II Nombres complexes

1. Donner les parties réelle et imaginaire de la quantité $ae^{2i\alpha}$, avec $a = x + iy$ où $\alpha, x, y \in \mathbb{R}$.
2. Quelle est la forme polaire de $z = X + iX$ si X est un nombre réel positif ?
3. Donner la forme cartésienne des deux nombres complexes $e^{e^{i\theta}}$ [θ étant réel] et $\frac{(1-i)^8}{(3+3i)^6}$.
4. Montrer que $|u + v|^2 + |u - v|^2 = 2(|u|^2 + |v|^2)$, où $u, v \in \mathbb{C}$.
5. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante, $\frac{x^2}{2} - 2x + 3 = 0$.

III Équations du premier degré

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$ les deux équations suivantes (variable x) :
$$4(1 - x) = 2(x + 3) - 7(x + 5) \quad ; \quad 2x - \sqrt{3} = 1 + x\sqrt{12} - 2\sqrt{3} .$$

2. Résoudre cette équation en prenant soin de déterminer l'ensemble de définition (inconnue t) :

$$\frac{2}{3t-4} = \frac{4}{5t} \quad .$$

3. Déterminer les solutions en z de cette équation en ramenant d'abord ses différents termes à un dénominateur commun :

$$\frac{1}{3}(z+2) - \frac{5}{2}(z-4) = 3\left(1 - \frac{1}{2}z\right) \quad .$$

IV Équations du second degré

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante,

$$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{11}{3}x - \frac{7}{6} = 0 \ .$$

2. Sachant qu'une des deux solutions de l'équation suivante est, $u_1 = 2$, déterminer l'autre solution u_2 puis la valeur de la constante C.

$$u^2 + u + C = 0 \ .$$

3. Trouver les réels x et y (s'ils existent) sachant que leur somme est égale à 200 et que leur produit vaut 9999.